

مکمل ریاضی

ریاضی انسانی یازدہم

فصل اول

(بخش دوم)

مبحث : استدلال ریاضی

مدرس : علیرضا مظاہری

استدلال ریاضی:

تعریف: استفاده از ریاضی و قواعد منطق گزاره ها در حل مسائل و همچنین اثبات یا رد به یک گزاره به کمک ریاضی

اولین گام استدلال ریاضی ← تبدیل عبارت توصیفی به زبان ریاضی

تبدیل عبارت توصیفی به زبان ریاضی:

سال گذشته در بخش « مسائل توصیفی » یاد گرفتید چطور یک عبارت فارسی و توصیفی را به زبان ریاضی تبدیل کنید. اکنون با طرح چند مثال ، این موضوع را یادآوری می کنیم گ.

مثال: عبارت ((چهار برابر عددی به علاوه چهار ، مساوی دو برابر آن عدد است.)) را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

تمرین: عبارت های زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

1. مجموع مربعات دو عدد از سه برابر حاصل ضرب آنها کوچکتر است.
2. قدر مطلق عددی از خود آن عدد بزرگتر یا مساوی است.
3. مجموع معکوس های دو عدد بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

قیاس استثنایی

در قیاس استثنایی دو مقدمه و یک نتیجه داریم. مقدمه اول، یک گزاره شرطی به شکل $p \Rightarrow q$ است. مقدمه دوم، مقدم این گزاره شرطی یعنی p است. و نتیجه، تالی این گزاره شرطی یعنی q است.

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{p}{\therefore q}$$

مقدمه 1 : $p \Rightarrow q$ مقدمه 2 : p نتیجه : q توجه : نماد (\therefore) یعنی نتیجه.

مثال : مقدمه 1 : اگر من غیبت کنم آنگاه من به جهنم می‌روم.

$\underbrace{\hspace{10em}}_q$

مقدمه اول : $p \Rightarrow q$ مقدمه دوم : p نتیجه q

مقدمه 2 : من غیبت کردم

نتیجه : من به جهنم می‌روم

نکته : قیاس استثنایی را با گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ نشان می‌دهیم. جدول زیر ثابت می‌کند قیاس استثنایی یک استدلال همیشه درست است.

| p | p | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge p$ | $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|------------------------------|--|
| د | د | د | د | د |
| د | ن | ن | ن | د |
| ن | د | د | ن | د |
| ن | ن | د | ن | د |

تمرین : گزاره ((اگر a عددی گویا باشد آنگاه a^2 گویا است.)) را به صورت قیاس استثنایی بنویسید.

تست : نتیجه استدلال زیر کدام است؟

مقدمه 1 : اگر ملیحه دختر اعظم باشد، آنگاه اعظم مادر ملیحه است.

مقدمه 2 : ملیحه دختر اعظم نیست.

نتیجه: -----

- (1) اعظم مادر ملیحه نیست.
 (2) شخص دیگری دختر اعظم است.
 (3) اعظم مادر شخص دیگری است.
 (4) هیچ نتیجه منطقه از مقدمات فوق نمی توان به دست آورد.

مغالطه

گاهی از قیاس استثنایی به شکل نادرست استفاده می شود که منجر به نتیجه گیری غلط می شود. در این صورت به آن « مغالطه » می گویند.

مثال : مقدمه 1 : اگر باران بیاید آنگاه علی به مدرسه نمی رود.

مقدمه 2 : علی به مدرسه نرفته است.

نتیجه : باران آمده است.

$$\frac{p \Rightarrow q}{p} \therefore q$$

در استدلال بالا، طبق قیاس استثنایی، مقدمه دوم باید p باشد، نه q ، همین باعث می‌شود استدلال نادرست باشد؛ زیرا ممکن است مدرسه نرفتن علی، دلیل دیگری جز بارندگی داشته باشد.

نکته: مغالطه را با گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$ نشان می‌دهیم.

جدول زیر ثابت می‌کند مغالطه یک استدلال همیشه درست نیست.

| p | p | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge p$ | $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$ |
|-----|-----|-------------------|------------------------------|--|
| د | د | د | د | د |
| د | ن | ن | ن | د |
| ن | د | د | د | ن |
| ن | ن | د | ن | د |

تمرین: مهسا معتقد است: ((اگر پریسا از دوستانش خوشش نیاید آنگاه در دوره‌می شرکت نمی‌کند، از طرفی پریسا روز جمعه به دوره‌می نیامد، پس پریسا از دوستانش خوشش نمی‌آید.))

استدلال مهسا از چه نوعی است و آیا نتیجه‌ای که گرفته درست است؟

تست: کدام گزینه در مورد استدلال زیر صحیح نیست؟

مقدمه 1: اگر یک چهار ضلعی مربع باشد آنگاه آن چهار ضلعی مستطیل است.

مقدمه 2: چهار ضلعی ABCD مستطیل است.

نتیجه: چهارضلعی ABCD مربع است.

1) نام این استدلال قیاس استثنایی است.

2) نام این استدلال مغالطه است.

3) نتیجه به دست آمده، ممکن است نادرست باشد.

4) این روش استدلال کردن، نادرست است.

استفاده از استدلال ریاضی در حل مسائل

در بخش های قبلی دیدیم که چطور استدلال ریاضی در اثبات درستی یا نادرستی گزاره ها به ما کمک کرد، حال در این بخش میخواهیم به کمک استدلال ریاضی، به حل برخی مسائل بپردازیم.

مثال: اگر سه لیوان به شکل زیر داشته باشیم و در حرکت فقط مجاز باشیم که دقیقا دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. (اگر وارونه است آن را درست کنیم و برعکس)

آیا می توانیم همه لیوان ها را در وضعیت درست قرار دهیم؟



استدلال عکس نقیض

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

عکس نقیض

قانون عکس نقیض را در درس پیش خواندیم

از این قانون به عنوان یک استدلال می توان در اثبات مسائل استفاده کرد :

یعنی اگر می خواهیم ثابت کنیم گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ درست است و این کار سخت باشد می توانیم به جای آن گزاره شرطی $\sim q \Rightarrow \sim p$ را نشان دهیم که درست است.

مثال: ثابت کنید ((اگر n^2 زوج باشد آنگاه n زوج است. $(n \in \mathbb{N})$))

تمرین : جاهای خالی را پر کنید و بگویید از چه استدلالی استفاده کرده اید.

((اگر من یا همکارانم کرونا بگیریم آنگاه شرکت دو هفته تعطیل خواهد شد.)) شرکت در ماه گذشته تعطیل نبوده است؛ در نتیجه -----

یافتن خطا در استدلال

دیدیم با استدلال ریاضی می توانیم مسائل زیادی را حل کنیم؛ ولی گاهی اوقات ممکن است در روند آن استدلال دچار خطا شویم. ما باید بتوانیم این خطاها را پیدا کنیم. در مثال زیر سعی می کنیم خطاهای رخ داده در استدلال را پیدا کنیم.

$$\frac{x+1}{x} = 7x \Rightarrow 1) \frac{\cancel{x}+1}{\cancel{x}} = 7x \Rightarrow 2) 2 = 7x \Rightarrow 3) \frac{2}{7}$$

پاسخ : خطا در مرحله یک رخ داده است؛ چون وقتی در صورت بین جملات جمع و تفریق داریم، مجاز به ساده کردن نیستیم.

تمرین : خطاهای رخ داده در حل معادلات زیر را پیدا کنید.

$$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow 1) x^2 = 5x \Rightarrow 2) x \times \cancel{x} = 5 \times \cancel{x} \Rightarrow 3) x = 5 \quad \text{(الف)}$$

$$3(5x - 2) = 4x - 3 \Rightarrow 1) 5x - 2 = 4x - 3 \Rightarrow 2) 15x - 4x = -3 + 2 \quad \text{(ب)}$$

$$\Rightarrow 3) 11x = -1 \Rightarrow 4) x = \frac{-1}{11}$$

روش یافتن خطا در استدلال:

- 1) دو طرف معادله را بر یک عبارت مجهول تقسیم کند، مانند این که X ها را از طرفین معادله بزند (در این حالت در واقع طرفین معادله را بر X که مجهول است، تقسیم کرده است.)
- 2) دو طرف معادله را در یک عبارت مجهول ضرب کند.
- 3) دو طرف نامساوی را در عبارتی که علامت آن را نمی داند ضرب کند.
- 4) دو طرف نامساوی را در یک عدد منفی ضربه کند ولی جهت نامساوی را تغییر ندهد.
- 5) اگر در صورت و مخرج کسر بین جملات جمع یا تفریق داشته باشیم، مجاز به ساده کردن نیستیم.
- 6) اگر عبارت را از یک سمت تساوی به سمت دیگر برده است، حتماً چک کنید علامت را تغییر داده باشد.
- 7) ریشه زوج گرفتن را درست انجام دهد، $x^2 = k \Rightarrow x = \pm\sqrt{k}$ درست است. اگر فقط بنویسید $x = \sqrt{k}$ اشتباه است .
- 8) اولویت های محاسباتی را رعایت کرده باشد. ترتیب محاسبات ابتدا پرانتز، سپس توان رسانی، بعد ضرب و تقسیم و بعد جمع و تفریق است.
- 9) به توان رساندن ممکن است جواب اضافه تولید کند پس در آخر باید جواب های به دست آمده را با صورت سوال چک کنید.
- 10) ضریب پرانتز حتما در تمام جملات پرانتز ضرب شود.

تمرین : دانش آموزی استدلال زیر را برای اعداد حقیقی a, b, c انجام داده است. آیا استدلال او درست

است؟

$$a < b \Rightarrow 1) a + c < b + c \Rightarrow 2) c(a + c) < c(b + c)$$

$$\Rightarrow 3) ac + c^2 < bc + c^2 \Rightarrow 4) ac < bc$$

تست : در چه تعداد از استدلال های زیر خطای محاسباتی رخ داده است؟

$$\frac{x}{2} = \frac{x-5}{2x+2} \Rightarrow 1) \frac{x}{2} = \frac{x-5}{2x+2} \Rightarrow 2) 2x(x+1) = 2(x-5) \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow 3) 2x^2 + 1 = 2x - 10 \Rightarrow 4) 2x^2 - 2x + 11 = 0$$

$$\frac{x(x-3)}{x^3-27} = 0 \Rightarrow 1) \frac{x(x-3)}{(x-3)(x^2+3x+9)} = 0 \Rightarrow 2) \frac{x\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x^2+3x+9)} = 0 \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow 3) \frac{x}{(x^2+3x+9)} = 0 \Rightarrow 4) \frac{x}{(x^2+3x+9) \times x} = \frac{0}{1 \times x} \Rightarrow 5) \frac{x}{(x^2+3x+9)x} = 0$$

$$x = 5 \Rightarrow 1) x^2 = 5^2 \Rightarrow 2) x^2 - 5^2 = 0 \Rightarrow 3) (x-5)(x+5) = 0 \quad (\text{پ})$$

$$\Rightarrow 4) x = 5, x = -5$$

تمرینات تستی فصل 1 بخش 2

22. کدام گزینه معادل ریاضی عبارت ((مکعب یک عدد ، بزرگتر از 5 برابر آن عدد، به علاوه 3 است.

((را به درستی نمایش می دهد؟

$$(1) \quad x^3 > 5x + 3$$

$$(2) \quad x^3 > 5(x + 3)$$

$$(3) \quad x^2 > 5x + 3$$

$$(4) \quad x^2 > 5(x + 3)$$

23. نمایش ریاضی کدام گزینه نادرست است؟

(1) مجموع معکوس های دو عدد، بزرگتر یا مساوی معکوس مجموع آن دو عدد است : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{1}{x+y}$

(2) مجموع معکوس های دو عدد، کوچکتر یا مساوی معکوس حاصل ضرب آنها است :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{1}{xy}$$

(3) مربع مجموع دو عدد با مجموع مربعات دو عدد به علاوه دو برابر حاصل ضرب آنها برابر است :

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 + 2xy$$

(4) نصف مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی رادیکال حاصل ضرب آن دو عدد است : $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

24. برای ساختن n واحد از کالایی جمعاً x ریال هزینه لازم است. برای تولید m واحد از کالا چند

ریال لازم است؟

$$(1) \quad \frac{x}{nm}$$

$$(2) \quad \frac{nm}{x}$$

$$(3) \quad \frac{mx}{n}$$

$$(4) \quad \frac{nx}{m}$$

25. نمایش ریاضی عبارت ((دو برابر تفاضل ربع عددی از 8 برابر آن عدد، بزرگتر از جذر مکعب آن

عدد است.)) کدام است؟

$$(1) \quad 2\left(8x - \frac{1}{4}x\right) > \sqrt[3]{x^2}$$

$$(2) \quad 2\left(\frac{1}{4}x - 8x\right) > \sqrt[3]{x^2}$$

$$(3) \quad 2\left(8x - \frac{1}{4}x\right) > \sqrt{x^3}$$

$$(4) \quad 2\left(\frac{1}{4}x - 8x\right) > \sqrt{x^3}$$

26. چه تعداد از عبارت های توصیفی زیر با نمایش ریاضی مقابل آن مطابقت دارد؟ (X قیمت فروش و

Y قیمت خرید است.)

الف) 20 درصد قیمت فروش کالایی برابر خمس سود آن است. $\frac{20}{100}x = \frac{1}{5}(x - y)$

ب) سود حاصل از فروش کالایی برابر با تفاضل 3 برابر قیمت خرید از 5 برابر قیمت فروش آن کالا است

$$x - y = 3y - 5x :$$

پ) ده درصد قیمت فروش کالایی، به علاوه قیمت خرید آن برابر 2 است: $\frac{10}{100}x + y = 2$

ت) 2 برابر سود حاصل از فروش کالا مساوی 3 برابر مجذور قیمت خرید کالا است. $2x - y = 3y^2$

1 (1)

2 (2)

3 (3)

4 (4)

27. در کدام گزینه نمایش ریاضی مطابق با عبارت ((نصف نصف یک عدد از قرینه آن عدد، 3 واحد

بیشتر است.)) است؟

$$(1) \quad \frac{1}{2}x \times \frac{1}{2}x = -x + 3$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x\right) = -x + 3$$

$$(3) \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x\right) + 3 = -x$$

$$(4) \quad \left(\frac{1}{2}x \times \frac{1}{2}x\right) + 3 = -x$$

28. نمایش ریاضی عبارت ((مجموع مجذورات هر عدد طبیعی و معکوسش بزرگتر از 2 است.)) کدام

است؟

$$(1) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 > 2$$

$$(2) \quad x^2 + \frac{1}{x^2} > 2$$

$$(3) \quad \sqrt{x + \frac{1}{x}} > 2$$

$$(4) \quad \sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} > 2$$

29. نمایش ریاضی کدام عبارت توصیفی به درستی نوشته نشده است؟

(1) اگر عددی را در 2 ضرب کنیم با 4 جمع کنیم، حاصل از 2 برابر عدد 3 واحد کمتر است

$$2x + 4 = 2x - 3 :$$

(2) مجموع مکعبات سه عدد بزرگتر از مجموع سه برابر حاصل ضرب دو به دوی آن سه عدد است

$$(x + y + z)^3 > 3xy + 3xz + 3yz :$$

(3) مکعب نصف عددی برابر با هفت برابر جذر آن عدد است : $\left(\frac{x}{2}\right)^3 = 7\sqrt{x}$

(4) مربع یک عدد به علاوه سه ، مساوی با پنج برابر عدد است : $x^2 + 3 = 5x$

30. کدام گزینه نمایش ریاضی عبارت ((مکعب یک عدد کوچکتر از تفاضل دو برابر عدد از پنج برابر

مربع آن عدد است.)) را به درستی نمایش می دهد؟

$$(1) \quad x^3 < 2x - 5x^2$$

$$(2) \quad x^3 < 2(x - 5x^2)$$

$$(3) \quad x^3 < 5(x^2 - 2x)$$

$$(4) \quad x^3 < 5x^2 - 2x$$

31. نتیجه استدلال زیر کدام است؟

مقدمه 1: اگر همه افراد ماسک بزنند، آنگاه آمار روزانه ابتلا به بیماری کرونا کاهش می یابد.

مقدمه 2: همه افراد در استان سمنان ماسک می زنند.

(1) آمار روزانه ابتلا به بیماری کرونا در کشورمان در حال کاهش است.

(2) آمار روزانه ابتلا به بیماری کرونا در کشورمان در حال افزایش است.

(3) آمار روزانه ابتلا به بیماری کرونا در استان سمنان در حال کاهش است.

(4) آمار روزانه ابتلا به بیماری کرونا در برخی استانها در حال افزایش است.

32. کدام ترکیب شرطی بیانگر استدلال $\frac{p \Rightarrow q}{p} \therefore q$ است؟

$$(1) \quad [(p \Rightarrow q) \vee p] \Rightarrow q$$

$$(2) \quad [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$$

$$(3) \quad [(p \Rightarrow q) \vee q] \Rightarrow p$$

$$(4) \quad [(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$$

33. چه تعداد از عبارات های زیر نادرست هستند؟

الف) گزاره شرطی $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ قیاس استثنایی است.

ب) گزاره شرطی $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$ قیاس استثنایی است.

پ) قیاس استثنایی یک استدلال همیشه درست است.

ت) مطالعه یک استدلال همیشه درست نیست.

1 (1)

2 (2)

3 (3)

4 (4)

34. کدام استدلال مغالطه است؟

$$\begin{array}{l} x > 1 \Rightarrow x^2 > 1 \\ 3 > 1 \\ \hline \therefore (3)^2 > 1 \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} 0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \\ 0 < \frac{1}{2} < 1 \\ \hline \therefore 0 < \frac{1}{4} < 1 \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} x > 1 \Rightarrow x^2 > 1 \\ 4 > 1 \\ \hline \therefore 2 > 1 \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} 0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \\ 0 < \frac{1}{3} < 1 \\ \hline \therefore 0 < \frac{1}{3} < 1 \end{array} \quad (4)$$

35. در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار گیرد تا قیاس استثنایی کامل شود؟

مقدمه 1: اگر a و b دو عدد فرد باشند، آنگاه مجموع آنها عددی زوج است.

مقدمه 2: -----

نتیجه: مجموع 7 و 9 عددی زوج است.

- (1) 7 و 9 دو عدد فرد هستند.
 (2) a و b دو عدد فرد هستند.
 (3) مجموع 7 و 9 عددی فرد است.
 (4) مجموع a و b عددی زوج است.

36. نتیجه استدلال زیر کدام است؟

مقدمه 1: اگر زاویه بین دو خط 90 درجه نباشد، آنگاه دو خط بر هم عمود نیستند.

مقدمه 2: زاویه بین دو خط L_2, L_1 90 درجه نیست.

نتیجه: -----

- (1) زاویه بین دو خط L_2, L_1 کمتر از 90 درجه است.
 (2) دو خط L_2, L_1 با هم موازی هستند.
 (3) دو خط L_2, L_1 در یک نقطه یکدیگر را قطع می کنند.
 (4) دو خط L_2, L_1 بر هم عمود نیستند.

37. در مورد استدلال زیر چه تعداد از گزاره های «الف» تا «ث» صحیح هستند؟

مقدمه 1: اگر تمام داده ها با هم برابر باشند آنگاه انحراف معیار صفر می شود.

مقدمه 2: انحراف معیار d, c, b, a صفر است.

نتیجه: داده های d, c, b, a با هم برابرند.

الف) این استدلال یک مغالطه است.

ب) این استدلال یک قیاس استثنایی است.

پ) روش این استدلال نادرست است.

ت) این استدلال، یک استدلال همیشه درست نیست.

ث) نتیجه این استدلال قطعاً درست است.

1) دو مورد 2) سه مورد 3) چهار مورد 4) یک مورد

38. کدام استدلال نادرست است؟

$$\begin{array}{l} \sim q \Rightarrow \sim p \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} \sim q \Rightarrow p \\ \sim q \\ \hline \therefore p \end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} q \Rightarrow \sim p \\ q \\ \hline \therefore p \end{array} \quad (3)$$

39. دو استدلال زیر به ترتیب چه نامیده می شوند؟

الف) مقدمه 1: اگر شخصی تب کند آن را باید قرنطینه شود.

مقدمه 2: محمد تب کرده است.

نتیجه: محمد در قرنطینه است.

ب) مقدمه 1: اگر مربع عددی زوج باشد، آنگاه آن عدد زوج است.

مقدمه 2: 4 عددی زوج است.

نتیجه: 16 عددی زوج است.

- (1) قیاس استثنایی-مغالطه
- (2) مغالطه-مغالطه
- (3) قیاس استثنایی-قیاس استثنایی
- (4) مغالطه-قیاس استثنایی

40. گزینه صحیح را به گونه ای انتخاب نمایید که استدلال «الف» قیاس استثنایی و استدلال «ب» مغالطه شود.

(الف)

a بر 10 بخش پذیر است.

a بر 5 بخش پذیر است. ∴

(ب) $(x + y + 2)$ زوج است $\Rightarrow x$ و y فرد هستند.

$$a + b + 2 = 304$$

∴

- (1) اگر a بر 5 بخش پذیر باشد آنگاه بر 10 نیز بخش پذیر است و a و b فرد هستند.
- (2) اگر a بر 10 بخش پذیر باشد آنگاه بر 5 نیز بخش پذیر است و a و b زوج هستند.
- (3) اگر a بر 10 بخش پذیر باشد آنگاه بر 5 نیز بخش پذیر است و a و b زوج است.
- (4) اگر a بر 10 بخش پذیر باشد آنگاه بر 5 نیز بخش پذیر است و a و b فرد هستند.

41. کدام گزینه هم ارز گزاره ((اگر داده ها برابر باشند آنگاه انحراف معیار صفر است.)) است؟

- 1) اگر داده ها برابر نباشند آنگاه انحراف معیار صفر نیست.
- 2) اگر داده ها برابر نباشند آنگاه انحراف معیار صفر است.
- 3) اگر انحراف معیار صفر نباشد آنگاه داده ها برابر نیستند.
- 4) اگر انحراف معیار صفر باشد آنگاه داده ها برابر هستند.

42. کدام گزینه هم ارز گزاره ((اگر دو خط موازی باشند آنگاه یکدیگر را قطع نمی کنند.)) است؟

- 1) اگر دو خط برهم عمود باشند آنگاه یکدیگر را قطع می کنند.
- 2) اگر دو خط یکدیگر را قطع کنند آنگاه موازی نیستند.
- 3) اگر دو خط یکدیگر را قطع کنند آنگاه موازی هستند.
- 4) اگر دو خط موازی نباشند آن را یکدیگر را قطع نمی کنند.

43. با انتخاب کدام گزینه، گزاره ((اگر x^2 عددی زوج باشد آنگاه $x+1$ عددی فرد است $(x \in \mathbb{N})$))

به کمک استدلال عکس نقیض راحت تر ثابت می شود؟

- 1) اگر $x^2 + 1$ عددی زوج باشد آنگاه x عددی فرد است.
- 2) اگر $x+1$ عددی زوج باشد آنگاه x^2 عددی فرد است.
- 3) اگر x^2 عددی فرد باشد آنگاه $x^2 + 1$ عددی زوج است.
- 4) اگر $x+1$ عددی فرد باشد آنگاه x^2 عددی زوج است.

44. برای اثبات گزاره شرطی $\left(\left(x \leq 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \leq -2 \right) \right)$ به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره را

باید اثبات کنیم؟

$$(1) \quad x \geq 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 0$$

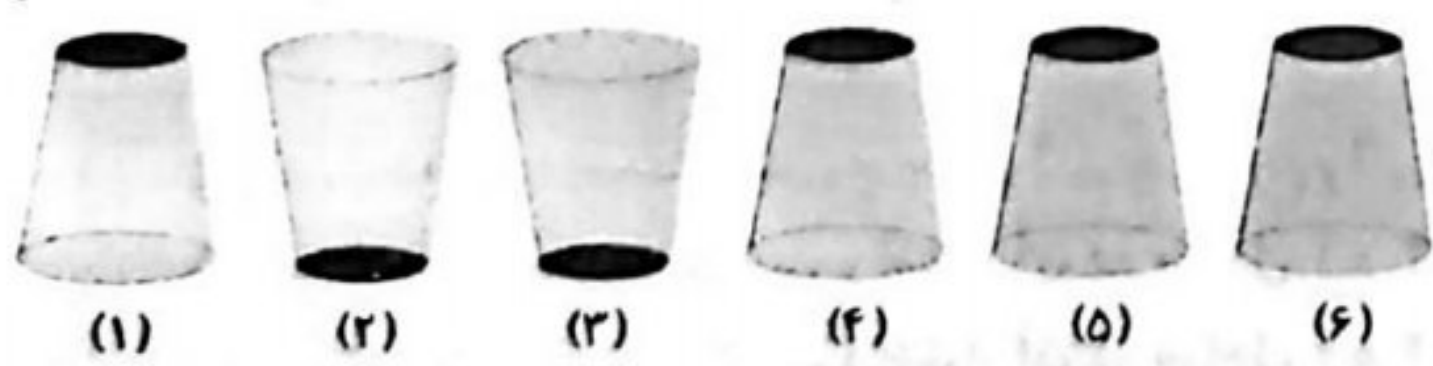
$$(2) \quad x + \frac{1}{x} \geq -2 \Rightarrow x \geq 0$$

$$(3) \quad x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} > 0$$

$$(4) \quad x + \frac{1}{x} > -2 \Rightarrow x > 0$$

45. اگر 6 لیوان به شکل زیر داشته باشیم و در حرکت فقط مجاز باشیم دقیقاً 3 لیوان را تغییر وضعیت

دهیم، حداقل چند حرکت لازم است تا تمام لیوان ها غیر وارونه باشند؟



(1) امکان پذیر نیست.

(2) 1

(3) 2

(4) 3

46. در کدام قسمت از استقلال مقابل اشتباه رخ داده است؟

$$(a+b)(c+d) = \underbrace{a \times (c+d)}_{(1)} + \underbrace{b \times (c+d)}_{(2)} = \underbrace{ac+d}_{(3)} + \underbrace{bc+d}_{(4)} = \underbrace{(a+b)c + 2d}_{(5)}$$

(1) 1 و 2

(2) 3 و 4

(3) 1 و 3

(4) 2 و 4

47. در ارتباط با استدلال برای گزاره زیر، کدام گزینه صحیح است؟

گزاره: ((در دایره، اگر شعاع r را 2 برابر کنیم، مساحت 2 برابر می‌شود.))

استدلال: گام اول: $\pi \times r^2 =$ مساحت دایره با شعاع r

گام دوم: $\pi \times 2 \times r^2 =$ مساحت دایره با شعاع $2r$

گام سوم: (مساحت دایره با شعاع r) $\pi \times 2 \times r^2 = 2$ مساحت دایره با شعاع $2r$

1) این استدلال درست است.

2) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در گام اول رخ داده است.

3) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در گام دوم رخ داده است.

4) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در گام سوم رخ داده است.

48. امیر و محمد معادله $x^2 - 3x + 2 = x - 1$ را به صورت زیر حل می‌کنند، کدام یک و در چه گامی

دچار اشتباه شده است؟

امیر: $x^2 - 3x + 2 = x - 1$

گام اول: $(x-2)(x-1) = x-1$

گام دوم: $\frac{(x-2)(\cancel{x-1})}{\cancel{x-1}} = \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{x-1}}$

گام سوم: $x-2=1$

گام چهارم: $x=3$

محمد: $x^2 - 3x + 2 = x - 1$

گام اول: $x^2 - 3x + 2 - x + 1 = 0$

گام دوم: $x^2 - 4x + 3 = 0$

گام سوم: $(x-3)(x-1) = 0$

گام چهارم: $x=3, x=1$

1) امیر-گام اول

2) محمد-گام سوم

3) امیر-گام دوم

4) محمد-گام چهارم

49. کدام استدلال صحیح است؟

$$(1) \quad \frac{\cancel{x}+a}{\cancel{x}} - \frac{\cancel{x}-a}{\cancel{x}} = a - a = 0$$

$$(2) \quad \frac{\cancel{x}+a}{x} - \frac{\cancel{x}-a}{x} = \frac{\cancel{x}+a - \cancel{x}-a}{x} = \frac{0}{x} = 0$$

$$(3) \quad \frac{\cancel{x}+a}{\cancel{x}} - \frac{\cancel{x}-a}{\cancel{x}} = a + a = 2a$$

$$(4) \quad \frac{\cancel{x}+a}{x} - \frac{\cancel{x}-a}{x} = \frac{\cancel{x}+a - \cancel{x}+a}{x} = \frac{2a}{x}$$

50. در کدام مرحله از استدلال زیر اشتباه رخ داده است؟

$$-\frac{3}{4x\cancel{x}} \times \cancel{x}y + \frac{y}{3x} = \underbrace{-\frac{3y}{4x} + \frac{y}{3x}}_{\text{مرحله 1}} = \underbrace{\left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right)}_{\text{مرحله 2}} \frac{y}{x} = \underbrace{-\frac{2y}{12x}}_{\text{مرحله 3}}$$

(1) مرحله 1

(2) مرحله 2

(3) مرحله 3

(4) اشتباهی رخ نداده است.

51. کدام یک از استدلال های زیر درست است؟ (a و b دو عدد حقیقی و مخالف صفر هستند.)

$$(1) \quad a < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$(2) \quad a < b \Rightarrow a(a-b) < b(a-b)$$

$$(3) \quad a < b \Rightarrow b+a > 0$$

$$(4) \quad a < b \Rightarrow \frac{a}{b-a} < \frac{b}{b-a}$$

52. هر یک از عبارات «الف» تا «ج» قسمتی از حل یک مسئله را نشان می دهند. در کدام گزینه تمام موارد نادرست هستند؟

| | |
|---|---|
| الف) $a > b \Rightarrow (-1)^a > (-1)^b$ | ب) $(-3)^2 = -3^2$ |
| پ) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 > \frac{1}{3}$ | ت) $\sqrt[3]{a^3} = a$ |
| ث) $\sqrt[2]{b^2} = b$ | ج) $\sqrt{(-3)^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{b^2}$ |

- 1) ب-ت-ث-ج
- 2) ب-پ-ت-ج
- 3) الف-ب-ت-ث-ج
- 4) الف-ب-پ-ث-ج

53. اگر $0 < a < b$ ، c اعداد طبیعی باشند، گزینه صحیح را در ارتباط با استدلال زیر انتخاب کنید.

$$m < \frac{abc}{a-b} \xrightarrow{\text{مرحله 1}} m(a-b) > abc \xrightarrow{\text{مرحله 2}} ma - mb > abc$$

$$\xrightarrow{\text{مرحله 3}} ma > (ac+m)b \xrightarrow{\text{مرحله 4}} b < ma - (ac+m)$$

- 1) این استدلال درست است.
- 2) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در مراحل 1 و 4 رخ داده است.
- 3) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در مراحل 1 و 2 رخ داده است.
- 4) این استدلال نادرست است و اشتباه آن در مرحله 4 رخ داده است.

54. محاسبه حاصل عبارت $x = (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10})$ در کدام گزینه به درستی

انجام شده است؟

$$\begin{aligned} x &= (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) \\ x &= (3^{10+10+10})(2^{10+10+10+10}) \quad (1) \\ x &= 3^{30} \times 2^{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) \\ x &= (3^{10+10+10})(2^{10+10+10+10}) \quad (2) \\ x &= 3^{30} \times 2^{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) \\ x &= (3 \times 3^{10})(4 \times 2^{10}) \quad (3) \\ x &= (3 \times 3^{10})(2^2 \times 2^{10}) \\ x &= 3^{11} \times 2^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) \\ x &= 3 \times 3^{10} \times 4 \times 2^{10} \quad (4) \\ x &= (3 \times 3^{10})(2^2 \times 2^{10}) \\ x &= 3^{10} \times 2^{20} \end{aligned}$$